

2023 - 2024 年度 中四級第三學期考試  
數學科 必修部分 (卷二)

# MCDH 23-24 F4 Final Maths II

姓名 : \_\_\_\_\_

日期 : 2024 年 6 月 12 日

班別 : \_\_\_\_\_ 班號 : \_\_\_\_\_

時間 : 上午 11:15 - 上午 12:15 (1 小時)

滿分 : 100

## 試題簿

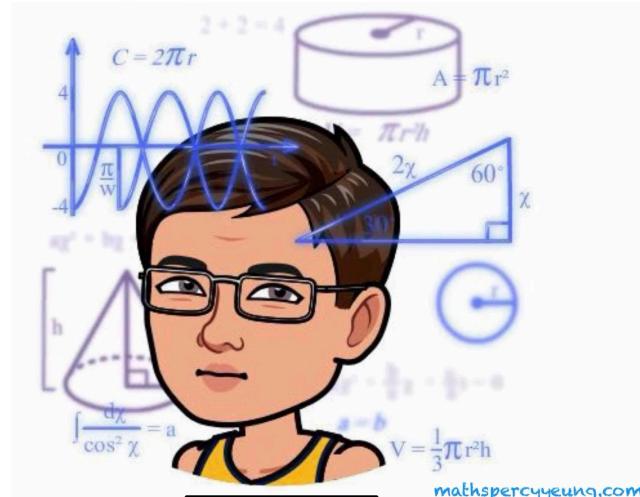
考生須知 :

- 細讀答題紙上的指示，並在適當之位置填上各項所需資料。
- 老師宣佈開卷後，考生須檢查試題有否缺漏，最後一題之後應有「試卷完」字樣。
- 本試卷各題佔分相等。
- 本試卷全部試題均須回答。為便於修正答案，考生宜用 HB 鉛筆把答案填畫在答題紙上。

錯誤答案可用潔淨膠擦將筆痕徹底擦去。考生須清楚填畫答案，否則會因答案未能被辨認

而失分。

- 每題只可填一個答案。若填多個答案，則該題不給分。
- 答案錯誤，不另扣分。



本試卷的附圖不一定依比例繪成。

選出每題最佳的答案。

1. 化簡  $\frac{a^7}{(a^{-2}b^4)^{-3}}$ 。

A.  $ab^{12}$

B.  $a^5b^{12}$

C.  $\frac{a^{12}}{b}$

D.  $a^9b^{12}$

2. 若  $c = \frac{5a-b}{b}$ , 則  $b =$

A.  $\frac{5a}{c+1}$

B.  $\frac{5a}{c-1}$

C.  $\frac{5a}{1-c}$

D.  $-\frac{5a}{c+1}$

3.  $4u^2 - 8u - 25v^2 + 20v =$

A.  $(2u+5v)(2u-5v-4)$

B.  $(2u-5v)(2u+5v+4)$

C.  $(2u-5v)(2u+5v-4)$

D.  $(2u+5v)(2u-5v+4)$

4.  $\frac{6}{2k+5} - \frac{3}{2k-5} =$

A.  $\frac{6k-45}{4k^2-25}$

B.  $\frac{6k-15}{4k^2-25}$

C.  $\frac{18k-45}{4k^2-25}$

D.  $\frac{18k-15}{4k^2-25}$

5. 若  $m$  和  $n$  都是常數，使  $x^2 + mx + n \equiv (x+2)(x-m) - 8$ ，則  $n =$

A. -10

B. -8

C. -6

D. 1

6. 某校有 40% 的學生是男生。若 87.5% 的男生和 12.5% 的女生喜愛踢足球，喜愛踢足球的學生佔該校學生的

A. 37.5%

B. 42.5%

C. 57.5%

D. 62.5%

7. 李先生買了 1 個梨子和 1 個芒果，共付 \$9。李太太買了 8 個梨子和 3 個芒果，共付 \$47。求 5 個梨子和 4 個芒果的總售價。

A. \$40

B. \$41。

C. \$42

D. \$43

8. 下列有關  $y = 4 - (x + 1)^2$  的圖像之敘述，何者為正確？

- A. 圖像的  $x$  截距是  $-1$  和  $3$ 。
- B. 圖像的  $y$  截距是  $4$ 。
- C. 圖像的開口向上。
- D. 頂點的坐標是  $(-1, 4)$ 。

9.  $0.023\ 587\ 499 =$

- A.  $0.0235$  (準確至三位有效數字)
- B.  $0.023\ 59$  (準確至四位小數)
- C.  $0.023\ 587$  (準確至五位有效數字)
- D.  $0.023\ 587\ 5$  (準確至六位小數)

10. 解  $(x-6)(x+3) = 5(x+6)$ 。

- A.  $x = 4$  或  $x = -12$
- B.  $x = -4$  或  $x = 12$
- C.  $x = 2$  或  $x = 6$
- D.  $x = -2$  或  $x = -6$

11. 下列哪個 / 些方程有有理根？

- I.  $x^2 - 6x + 5 = 0$
- II.  $2x^2 + 6x - 9 = 0$
- III.  $3x^2 - 5x + 8 = 0$

- A. 只有 I
- B. 只有 II
- C. 只有 I 及 III
- D. 只有 II 及 III

12. 若二次方程  $x^2 + 4x - (k+1) = 0$  有兩個相異實根，求  $k$  的取值範圍。

- A.  $k < 5$
- B.  $k < 4$
- C.  $k > -4$
- D.  $k > -5$

13. 設  $p(x) = x^2 - 8x + 10$ 。若  $c$  為常數，則  $p(c+1) - p(c+2) =$

- A.  $-10c - 1$
- B.  $-10c + 1$
- C.  $-2c - 5$
- D.  $-2c + 5$

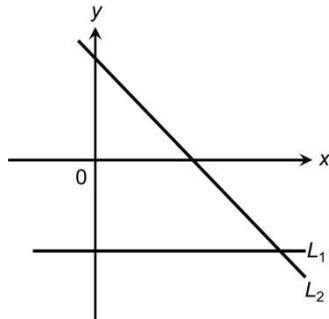
14. 設  $f(x) = (x-h)(x+1) + k$ ，其中  $h$  和  $k$  均為常數。若  $f(1) = f(6) = 10$ ，求  $k$  的值。

- A. 4
- B. 8
- C. 16
- D. 24

15. 若直線  $L_1$  通過  $(-4, -5)$ ，且垂直於另一條直線  $L_2 : x + 2y - 4 = 0$ ，求  $L_1$  的方程。

- A.  $x - 2y + 3 = 0$
- B.  $x + 2y + 3 = 0$
- C.  $2x - y + 3 = 0$
- D.  $2x + y + 3 = 0$

16. 圖中所示為兩條直線  $L_1 : y = a$  和  $L_2 : bx + cy = a$ 。下列何者正確？



- I.  $a < 0$
- II.  $b < 0$
- III.  $c < 0$

- A. 只有 I 及 II
- B. 只有 I 及 III
- C. 只有 II 及 III
- D. I、II 及 III

17. 設  $k$  為一常數。當  $(x^2 - 9)(7x^2 - 3x) + kx$  除以  $x + 3$  時，所得的餘數是  $-36$ 。求  $k$  的值。

- A.  $-18$
- B.  $-12$
- C.  $12$
- D.  $18$

18. 設  $a$  和  $b$  均為常數，使  $ax^9 + x^5 + b$  可被  $x - 1$  整除。求當  $ax^9 + x^5 + b$  除以  $x + 1$  時的餘數。

- A.  $-2b$
- B.  $2b$
- C.  $-2a$
- D.  $2a - 1$

19. 對於  $a > 0$  ,  $\frac{a^{\frac{3}{2}}(\sqrt[6]{a})^5}{\sqrt[3]{a^{-2}}} =$

A.  $a^{\frac{5}{3}}$

B.  $a^{\frac{5}{6}}$

C.  $a^3$

D.  $a^6$

20. 若  $27^x = 9^y = 3^z$  , 則  $x : y : z =$

A.  $1 : 2 : 3$

B.  $6 : 3 : 2$

C.  $2 : 3 : 6$

D.  $3 : 2 : 1$

21. 已知  $y$  一部分隨  $x$  反變，而另一部分則隨  $x^2$  正變。當  $x = 5$  時， $y = 69$ ；當  $x = -5$  時， $y = -219$ 。若  $x = 2$ ，則  $y =$

A.  $-372$

B.  $-228$

C.  $132$

D.  $348$

22. 已知  $z$  隨  $x$  及  $y$  的平方而正變。若  $x$  增加  $25\%$  及  $y$  減少  $20\%$ ，則  $z$

A. 減少  $15\%$

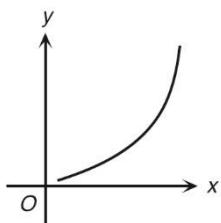
B. 增加  $15\%$

C. 減少  $20\%$

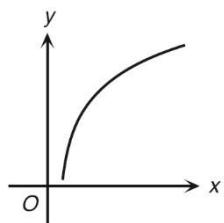
D. 增加  $20\%$

23. 已知  $y$  隨  $x^2$  而反變。以下哪個圖像顯示這種關係？

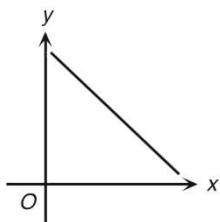
A.



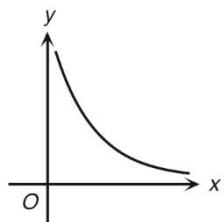
B.



C.



D.



24.  $\frac{\cos^2(90^\circ + \theta)}{\sin(270^\circ - \theta) - \cos^2(270^\circ + \theta) - \cos^2(-\theta)} =$

A. 1

B.  $\cos \theta - 1$ C.  $2 \cos \theta$ D.  $\sin \theta + 1$ 

25. 求  $y = \frac{6}{3 + \sin x}$  的極大值。

A. 1

B.  $\frac{3}{2}$ 

C. 2

D. 3

26. 若  $\sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$  及  $\tan \theta < 0$ ， $\cos \theta =$

A.  $\frac{2}{3}$

B.  $-\frac{2}{3}$

C.  $-\frac{4}{3}$

D.  $-\frac{\sqrt{7}}{3}$

27. 若  $\alpha$  和  $\beta$  是二次方程  $3x^2 - 6x - 8 = 0$  的兩個根，則  $3\alpha^2 + 6\beta =$

A. 8

B. 14

C. 16

D. 20

28. 三個數式的 H.C.F. 和 L.C.M. 分別為  $xy^3z$  和  $x^2y^4z^3$ 。若第一個數式及第二個數式分別是  $x^2y^4z^2$  和  $x^2y^3z$ ，下列何者可能是第三個數式？

A.  $xy^2z^3$

B.  $xy^4z^3$

C.  $x^2y^3z^3$

D.  $x^2y^4z^3$

29. 解  $9^x - 5(3^{2x}) + 12 = 0$

A.  $x = -\frac{1}{2}$

B.  $x = \frac{1}{2}$

C.  $x = -1$

D.  $x = 1$

30.  $10010000010001_2 =$

A.  $2^{13} + 2^{10} + 2^4 + 1$

B.  $2^{13} + 2^{10} + 2^4 + 2$

C.  $2^{14} + 2^{11} + 2^5 + 1$

D.  $2^{14} + 2^{11} + 2^5 + 2$

31. 下列哪個數的值最大？

A.  $2015^{2018}$

B.  $2016^{2017}$

C.  $2017^{2016}$

D.  $2018^{2015}$

32. 解聯立方程  $\begin{cases} y = x^2 + 3x - 5 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$ 。

A.  $x = \frac{7}{2}, y = -\frac{25}{4}$  或  $x = 1, y = -1$

B.  $x = -\frac{5}{2}, y = -\frac{25}{4}$  或  $x = 1, y = -1$

C.  $x = 3, y = -\frac{5}{2}$  或  $x = -2, y = 2$

D.  $x = -3, y = \frac{5}{2}$  或  $x = -2, y = 2$

33. 求聯立方程  $\begin{cases} y = x^2 + x - 1 \\ y = mx \end{cases}$  的實數解數目。

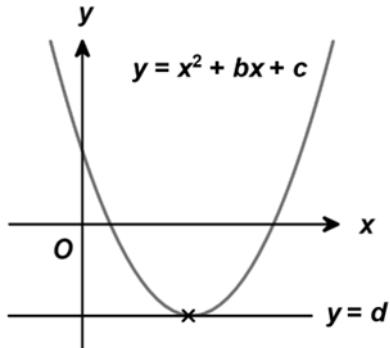
A. 0

B. 1

C. 2

D. 未能判斷。

34. 圖中所示為  $y = d$  及  $y = x^2 + bx + c$  的圖像。下列何者正確？



I.  $b^2 - 4c > 0$

II.  $b^2 - 4c = 0$

III.  $b^2 = 4(c - d)$

A. 只有 I

B. 只有 II

C. 只有 I 及 III

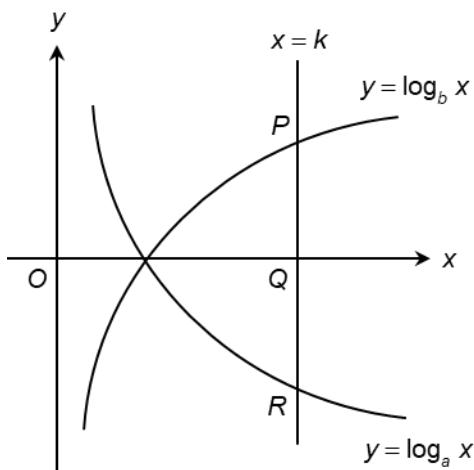
D. 只有 II 及 III

35. 下列何者必為正確？

- I.  $(\log a)^2 = 2 \log a$
- II.  $\frac{\log a}{\log b} = \frac{a}{b}$
- III.  $\log a = \log\left(\frac{a}{b}\right) + \log b$

- A. 只有 I
- B. 只有 III
- C. 只有 I 及 II
- D. 只有 II 及 III

36 圖中所示為在同一直角坐標系上， $y = \log_a x$  及  $y = \log_b x$  的圖像，其中  $a$  和  $b$  均為正常數。若鉛垂線  $x = k$  與  $y = \log_b x$  的圖像、 $x$  軸和  $y = \log_a x$  分別相交於  $P$ 、 $Q$  及  $R$ ，則下列何者正確？



- I.  $a > 1$
- II.  $bk > 1$
- III.  $PQ : PR = 1 : \log_a\left(\frac{a}{b}\right)$

- A. 只有 I
- B. 只有 II
- C. 只有 I 及 III
- D. 只有 II 及 III