

2023 - 2024 年度 中四級第三學期考試  
數學科 必修部分 (卷一)

# MCDH 23-24 F4 Final Maths I

姓名：\_\_\_\_\_

日期：2024 年 6 月 12 日

班別：\_\_\_\_\_ 班號：\_\_\_\_\_

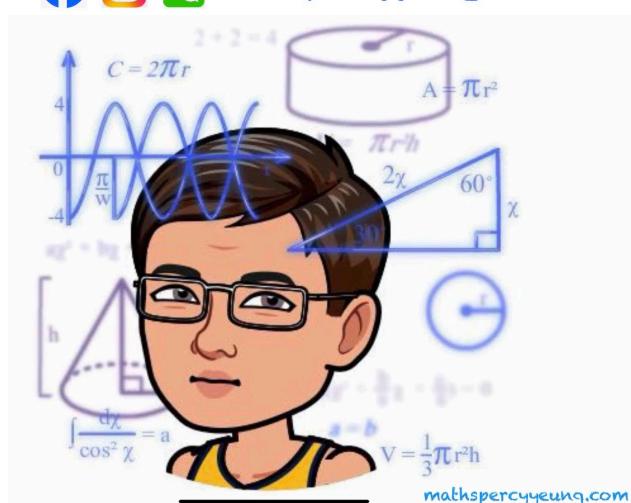
時間：上午 8:30 - 上午 10:30 (2 小時)

滿分：100

## 試題答題簿

### 考生須知：

- 在本封面的適當位置填寫姓名、班別及學號。
- 本試卷分三部，即甲部(1)、甲部(2)和乙部。
- 本試卷各題均須作答，答案須寫在本試題答題簿中預留的空位內。
- 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
- 除特別指明外，數值答案須用真確值，或準確至三位有效數字的近似值表示。
- 本試卷的附圖不一定依比例繪成。



甲部 (1) (33 分)

1. 化簡  $\frac{(ab^{-1})^3}{a^{-2}b^5}$ ，並以正指數表示答案。 (3分)

## 2. 因式分解

- (a)  $28a - 7b$  ,  
 (b)  $8a^2 + 10ab - 3b^2$  ,  
 (c)  $8a^2 + 10ab - 3b^2 - 28a + 7b$  .

(4 分)

3. 令  $a$  成為公式  $\frac{5a-b}{7} = b+2$  的主項。 (3 分)

4. 設  $a$ 、 $b$  和  $c$  均為非零的數使得  $\frac{a}{b} = \frac{9}{8}$  及  $5a = 6c$ 。求  $\frac{a+3c}{3a+b}$ 。 (3 分)

5. 化簡  $\frac{4}{3x-8} + \frac{5}{2x+7}$ 。

(3 分)

6. 某玩具車的成本為 \$120。現售出該玩具車且盈利百分率為 40%。

- (a) 求該玩具車的售價。  
(b) 若該玩具車以其標價七折售出，求該玩具車的標價。

(4 分)

7. 某測驗有 40 題是非題。每題答對得 2 分，答錯扣 1 分，而不作答則得 0 分。若約翰作答所有題目且得 47 分，求他答對的題數。 (4 分)

8. 已知  $y$  隨  $x$  的平方根而正變。當  $x=9$  時， $y=69$ 。

- (a) 求一個聯繫  $x$  和  $y$  的方程。  
(b) 求當  $x=16$  時  $y$  的值。

(4 分)

9. 點  $P$  及點  $Q$  的坐標分別為  $(3, 6)$  及  $(-2, 5)$ 。 $P$  繞原點順時針方向旋轉  $90^\circ$  至  $P'$ 。 $Q'$  為

$Q$  對  $y$  軸的反射影像。

- (a) 寫出  $P'$  及  $Q'$  的坐標。  
 (b) 證明  $PQ'$  垂直於  $P'Q$ 。

(5 分)

## 甲部 (2) (33 分)

10. 當美儀在某星期售出  $m$  條項鍊時，她該星期的收入是  $\$I$ 。

已知  $I$  為兩部分之和，一部分為常數，而另一部分則隨  $m$  正變。

當  $m = 5$  時， $I = 3500$ ；當  $m = 7$  時， $I = 4300$ 。

- (a) 當美儀在某星期售出 4 條項鍊時，求她該星期的收入。 (4 分)

- (b) 當美儀在某星期售出若干條項鍊時，她該星期的收入有沒有可能是 \$4500？

試解釋你的答案。(2分)

11. 設  $f(x) = (x-3)^2(2x+m)+n$ ，其中  $m$  及  $n$  均為常數。當  $f(x)$  除以  $x-3$  時，餘數為  $-6$ 。已知  $f(x)$  可被  $x-2$  整除。

(a) 求  $m$  及  $n$ 。 (3 分)

(b) 方程  $f(x)=0$  有多少個有理根？試解釋你的答案。 (4 分)

12. 設  $p(x)$  為一個三次多項式。當  $p(x)$  除以  $x - 1$  時，餘數為 28。當  $p(x)$  除以  $x - 2$  時，餘數為 -24。已知  $p(x)$  可被  $2x^2 + 11x - 6$  整除。

- (a) 求當  $p(x)$  除以  $2x^2 + 11x - 6$  時的商式。 (3 分)
- (b) 方程  $p(x) = 0$  有多少個實數根？試解釋你的答案。 (3 分)

13. 在圖中， $ABCD$  為一平行四邊形。 $A$  的  $x$  軸坐標為 6，而  $D$  為  $y$  軸上的一點。

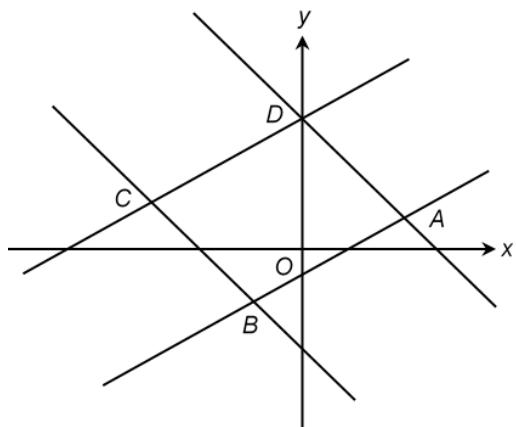
$AB$  和  $BC$  的方程分別為  $3x - 4y - 2 = 0$  和  $x + 2y + 6 = 0$ 。

(a) 求  $A$  和  $B$  的坐標。

(4 分)

(b) 求  $AD$  和  $CD$  的方程。

(4 分)



14. (a) 假設  $a > 0$ ，化簡  $\frac{\sqrt[4]{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}}$ ，並以正指數表示答案。 (3 分)

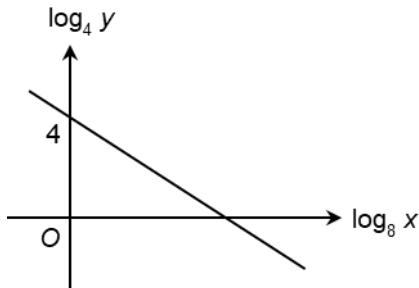
(b) 解方程  $32^x = \frac{1}{16}$ 。 (3 分)

**乙部 (34 分)**

15. 圖中的圖像顯示  $\log_8 x$  與  $\log_4 y$  的線性關係。該圖像的斜率和縱軸截距分別為  $-\frac{1}{2}$

和 4。試把  $x$  與  $y$  之間的關係表示為  $y = Ax^k$  的形式，其中  $A$  和  $k$  均為常數。

(4 分)



16. (a) 解  $\log(2x-1) + \log 4 = 2$  。 (3 分)

(b) 解  $2 \sin^2 \theta - 3 \sin \theta + 1 = 0$  ,  $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$  。 (3 分)

17. (a) 解  $x^2 - 3x - y = 3 - x + y = 4$  °

(3 分)

(b) 解  $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$  °

(4 分)

18. (a) 以  $a + bi$  的形式表示  $\frac{1}{1-3i}$ ，其中  $a$  及  $b$  均為實數。 (2 分)

(b) 二次方程  $x^2 + px + q = 0$  的根為  $\frac{10}{1-3i}$  及  $\frac{10}{1+3i}$ 。求

(i)  $p$  及  $q$ ，

(ii)  $r$  值的範圍使得二次方程  $x^2 + px + q = r$  有實根。 (5 分)

19. 設  $f(x) = x^2 - 2kx + k^2 + k + 6$ ，其中  $k$  為實常數。把  $y = f(x)$  的圖像的頂點記為  $V$ 。

(a) 利用配方法，以  $k$  表示  $V$  的坐標。 (2 分)

(b) 設  $g(x) = -f(x - 8)$  及  $y = g(x)$  的圖像的頂點為  $U$ 。  
把原點記為  $O$ ， $\angle UOV$  為直角。

(i) 證明  $U$  的坐標為  $(k + 8, -k - 6)$ 。

(ii) 求  $k$  的值及  $\triangle UOV$  的面積。

(iii) 設  $M$  為  $UV$  上的一點使得  $\triangle UOV$  的面積為  $\triangle UOM$  的面積之四倍，  
求  $M$  的坐標。 (8 分)



