

練習 5B

- ① 求除法中的商式和餘式，其中除式的形式為 $ax+b$ 。
- ② 求除法中的商式和餘式，其中除式的形式為 ax^2+bx+c ($a \neq 0$)。
- ③ 利用除法算式求被除式。
- ④ 利用除法算式求除式。
- ⑤ 利用除法算式求未知數。

求下列各題中的商式和餘式。(8-13)

- ① 8. $(3x^2 - 7x - 16) \div (3x + 5)$ ① 9. $(4x^2 + 1) \div (2x - 1)$
- ① 10. $(4x^3 - 6x^2 - 6x + 1) \div (2x - 3)$ ① 11. $(8x^2 + 3x^3 - 9x - 1) \div (3x - 1)$
- ① 12. $(4x^3 - x - 5) \div (2x + 3)$ (~ 例題 5.5) ① 13. $(12x^3 - 2x^2 + 9) \div (2 + 4x)$

求下列各題中的被除式。(14-16)

- ③ 14. 除式 = $2x + 3$, 商式 = $3x - 2$, 餘式 = 18
- ③ 15. 除式 = $3x - 4$, 商式 = $2x - 5$, 餘式 = -6
- ③ 16. 除式 = $6x - 5$, 商式 = $x^2 - 3x + 2$, 餘式 = 7

進階

求下列各題中的商式和餘式。(20-27)

- ② 20. $(2x^3 - x^2 - 24x - 18) \div (x^2 - 3x - 4)$ (~ 例題 5.6) 21. ② $(9x^3 + 9x^2 - 16x - 4) \div (3x^2 - 2x - 1)$
- ② 22. $(7x^3 - 3 - 12x - 5x^2) \div (x^2 - 2x)$ ② 23. $(1 - 9x - 10x^2 + 8x^3) \div (x + 4x^2 - 2)$
- ② 24. $(x^3 + 1) \div (x^2 + x + 1)$ ② 25. $(4 + 15x^3 - 8x^2) \div (3x^2 - x - 1)$
- ② 26. $[(x^3 + 4x^2 - 5) + (-5x^3 + 8x^2 + 5)] \div (2x^2 - 1)$ ② 27. $(-5x + 3 + 4x^3) \div [1 - 2x(x - 1)]$

- ①③ 28. 當多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 + x - 1$ 時，所得的商式和餘式分別是 $4x - 6$ 和 $6x - 12$ 。

- (a) 求多項式 $f(x)$ 。
- (b) 求當 $f(x)$ 除以 $2x + 1$ 時的商式和餘式。

- ②④ 29. 當 $x^3 + 2x - 5$ 除以多項式 $p(x)$ 時，所得的商式和餘式分別是 $x + 3$ 和 $13x + 1$ 。

- (a) 求多項式 $p(x)$ 。
- (b) 求 $(-2x^3 - 19x + 12x^2 + 7) \div p(x)$ 的商式和餘式。

~ 例題 5.9

- ⑤ 30. 當 $3x^3 - 5x^2 + x + p$ 除以 $x^2 - x - 6$ 時，所得的商式和餘式分別是 $3x - 2$ 和 $qx - 18$ 。求 p 和 q 的值。

- ⑤ 31. 當 $x^3 + px^2 + qx + 13$ 除以 $x^2 + 4px + 6$ 時，所得的商式和餘式分別是 $x + 3$ 和 $x - 5$ 。求 p 和 q 的值。

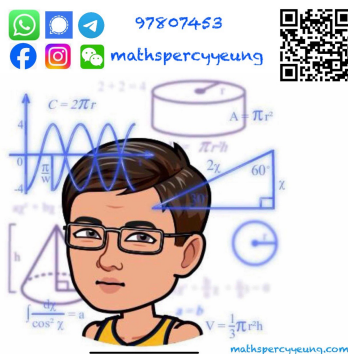
- ⑤ 32. 當 $2x^3 - 3x^2 + ax + 4$ 除以 $x^2 + bx - 2$ 時，所得的商式和餘式分別是 $2x + 3$ 和 $12x + c$ 。求 a 、 b 和 c 的值。

- ① 33. 設 $f(x) = 2x^2 + 9x + k$ 。

- (a) 求當 $f(x)$ 除以 $x + 1$ 時的商式和餘式。
- (b) 若 (a) 中所得的餘式是 -3，求 k 的值。

- ①③ 34. 當多項式 $f(x)$ 除以 $3x - 1$ 時，所得的商式和餘式分別是 $2x - 3$ 和 $k - 9$ 。

- (a) 求多項式 $f(x)$ 。
- (b) 若 $g(x) = f(x) + (3x - 1)$ ，求當 $g(x)$ 除以 $3x - 1$ 時的商式和餘式。



練習 5C

選題指引

- ① 利用餘式定理求多項式的除法所得的餘數。
- ② 利用餘式定理求未知數。
- ③ 綜合題。

初階

根據餘式定理求下列各題中的餘數。(1-6) ~ 例題 5.10

- ① 1. $(x^3 - 8x - 7) \div (x - 3)$
- ① 2. $(x^3 + 7x^2 - 5x + 1) \div (x - 2)$
- ① 3. $(2x^3 - x^2 + 7x + 1) \div (x + 1)$
- ① 4. $(2x^3 + 3x^2 - 4x - 5) \div (x + 3)$
- ① 5. $(3x^3 - 3x^2 + x - 1) \div (2 + x)$
- ① 6. $(3x^3 - 7x - 4) \div (1 - x)$

根據餘式定理求下列各題中的餘數。(7-14) ~ 例題 5.11

- ① 7. $(8x^3 - 2x + 1) \div (2x - 1)$
- ① 8. $(-12x^3 + 9x^2 - x + 1) \div (3x - 2)$
- ① 9. $(9x^3 + 3x^2 - 1) \div (3x + 1)$
- ① 10. $(4x^3 - x^2 + x - 2) \div (4x + 1)$
- ① 11. $(16x^3 + 8x^2 - 4x) \div (1 + 2x)$
- ① 12. $(27x^3 + 18x^2 - 6x + 5) \div (4 + 3x)$
- ① 13. $(4x^3 + 3x^2 + 1) \div (1 - 2x)$
- ① 14. $(x^3 - 2x^2 + x - 1) \div (3 - 2x)$

在下列各題中，求 k 的值。(15-18) ~ 例題 5.12

- ② 15. 當 $2x^3 + kx^2 + 5x + 4$ 除以 $x - 2$ 時，所得的餘數是 6。
- ② 16. 當 $3x^3 + 7x^2 + kx - 5$ 除以 $x + 3$ 時，所得的餘數是 4。
- ② 17. 當 $-8x^3 + 2x^2 - 5x + k$ 除以 $2x - 1$ 時，所得的餘數是 5。
- ② 18. 當 $kx^3 - 3x^2 + 3x - 4$ 除以 $3x + 2$ 時，所得的餘數是 -2。

在下列各題中，求 a 的值。(19-20)

- ② 19. 當 $2x^3 - ax^2 + 11$ 除以 $x - a$ 時，所得的餘數是 3。
- ② 20. 當 $x^3 + ax^2 - 2x + 2$ 除以 $x + a$ 時，所得的餘數是 a 。

挑戰題

- ② 21. 已知 $f(x) = x^3 + 2x^2 + kx + c$ ，其中 k 和 c 均為整數。當 $f(x)$ 除以 $x + 1$ 時，所得的餘數是 3。試建議 k 和 c 的兩組可能值。

進階

根據餘式定理求下列各題中的餘數。(22-25)

- ① 22. $[4x^2(x-2)-10x+9] \div (2x-5)$ ① 23. $[(x+1)(2x-1)(4x-5)-2] \div (4x+3)$
① 24. $(x^{100}-1) \div (x-1)$ ① 25. $(x^{2015}-1) \div (x+1)$

在下列各題中, 求 k 的值。(26-29)

- ② 26. 當 x^2-5x-4 除以 $x-k$ 時, 所得的餘數是 2。 (~例題 5.13)
② 27. 當 x^2+2x+3 除以 $2x-k$ 時, 所得的餘數是 11。
② 28. 當 $-kx^2+5x-6$ 除以 $x-2$ 和 $3x+1$ 時, 所得的餘數相同。
② 29. 當 $2x^3+kx^2-8x+3$ 除以 $x+2$ 和 $2x+3$ 時, 所得的餘數相同。
② 30. 當 ax^2+bx-7 除以 $x-3$ 時, 所得的餘數是 14; 當 $2x^2+ax+b$ 除以 $x+3$ 時, 所得的餘數是 1。求 a 和 b 的值。 (~例題 5.14)
①② 31. 設 $f(x) = 6x^3 - x^2 + px + q$ 。當 $f(x)$ 除以 $x+1$ 和 $3x-1$ 時, 所得的餘數分別是 -12 和 $-\frac{8}{9}$ 。
(a) 求 p 和 q 的值。
(b) 求當 $f(x)$ 除以 $-x+2$ 時的餘數。
③ 32. 設 $f(x) = 3x^3 - mx^2 + x + 3$ 及 $g(x) = 3x^3 - 5x^2 + mx - n$ 。當 $f(x)$ 和 $g(x)$ 除以 $x+1$ 時, 所得的餘數分別是 2 和 -3 。
(a) 求 m 和 n 的值。
(b) 解方程 $f(x) - g(x) = 1$ 。
③ 33. 設 $f(x)$ 為多項式。已知 $f(x) \div (x-3)$ 的商式是 $2x^2+10x-1$, 且 $f(3) = 4$ 。
(a) 求多項式 $f(x)$ 。
(b) 求當 $f(x)$ 除以 $1-2x$ 時的餘數。
③ 34. 設 $f(x) = ax^3 + bx^2 - 18x + 3$ 及 $g(x) = ax^3 + 9x^2 + bx - 9$ 。當 $f(x)$ 和 $g(x)$ 除以 $2x-1$ 時, 所得的餘數相同。當 $f(x)$ 除以 $x-2$ 時, 所得的餘數是 -5 。
(a) 求 a 和 b 的值。
(b) 若 $[f(x) + kg(x)] \div (x+4)$ 的餘數是 0, 求 k 的值。
③ 35. (a) 寫出當多項式 $P(x)$ 除以 $(x-1)(x+2)$ 時所得餘式的最高可能次數。
(b) 已知當 (a) 中的 $P(x)$ 除以 $x-1$ 和 $x+2$ 時, 所得的餘數分別是 -4 和 -28 。求當 $P(x)$ 除以 $(x-1)(x+2)$ 時的餘式。
③ 36. (a) 當 $x^{99} + k$ 除以 $x+1$ 時, 所得的餘數是 1。求 k 的值。
(b) 由此, 求當 9^{99} 除以 10 時所得的餘數。