

第四章 恒等式與因式分解

選擇題

- 若 $-4x^2 + 4x + 1 \equiv Ax^2 + Bx + 1$ ，求 A 和 B 的值。
 A. $A = -4, B = -4$ B. $A = 4, B = -4$
 C. $A = -4, B = 4$ D. $A = 4, B = 4$
- 下列哪一條是恒等式？
 A. $a = 6$ B. $2a - a = 3$ C. $a = 2a - 1$ D. $a - 2a = -a$
- 下列哪一條是恒等式？
 A. $(x - 2)(x + 2) = x^2 - 4$
 B. $(x - 2)(x + 2) = x^2 + 4$
 C. $(x + 2)(x + 2) = x^2 - 4$
 D. $(x + 2)(x + 2) = x^2 + 4$
- 下列哪式恒等於 $5x - 2(1 - x)$ ？
 A. $3x - 2$ B. $3x + 2$ C. $7x - 2$ D. $7x + 2$
- 若 $(x + 5)(x - 6) \equiv x^2 + Ax - B$ ，求 A 和 B 的值。
 A. $A = 1, B = 30$ B. $A = 1, B = -30$
 C. $A = -1, B = 30$ D. $A = -1, B = -30$
- 若 $6(x - 2)^2 \equiv Ax^2 + Bx + C$ ，求 A 、 B 和 C 的值。
 A. $A = 1, B = 4, C = 4$
 B. $A = 1, B = -4, C = 4$
 C. $A = 6, B = 24, C = 24$
 D. $A = 6, B = -24, C = 24$
- 若 $(6x - 1)(4x^2 + 3) \equiv Px^3 + Qx^2 + Rx - S$ ，求 P 、 Q 、 R 和 S 的值。
 A. $P = 24, Q = -4, R = 18, S = 3$
 B. $P = 24, Q = 4, R = 18, S = -3$
 C. $P = -24, Q = 4, R = 18, S = 2$
 D. $P = 24, Q = 4, R = -18, S = 3$

8. 判斷下列各式是否恒等式。

I. $(2x - 3)(2x + 3) = 4x^2 - 9$

II. $x - 4 = 5x - 4(x + 1)$

A. I 和 II 皆是恒等式。

B. I 不是恒等式，II 是恒等式。

C. I 是恒等式，II 不是恒等式。

D. I 和 II 皆不是恒等式。

9. 展開 $(2x + 5)(2x - 5)$ 。

A. $2x^2 - 25$

B. $2x^2 + 25$

C. $4x^2 - 25$

D. $4x^2 + 25$

10. 展開 $4(2a - b)(2a + b)$ 。

A. $4b^2 - 16a^2$

B. $16a^2 - 4b^2$

C. $16a^2 + 4b^2$

D. $-16a^2 - 4b^2$

11. 展開 $-3(x + by)(by - x)$ 。

A. $x^2 - 3b^2y^2$

B. $3x^2 + 3b^2y^2$

C. $3x^2 - 3b^2y^2$

D. $x^2 - 3by^2$

12. 展開 $(a + 3b)^2$ 。

A. $a^2 + 3b^2$

B. $a^2 + 9b^2$

C. $a^2 + 6ab + 3b^2$

D. $a^2 + 6ab + 9b^2$

13. 展開 $-3(5a - 3b)^2$ 。

A. $75a^2 - 90ab + 27b^2$

B. $-75a^2 + 90ab - 27b^2$

C. $-75a^2 - 30ab + 9b^2$

D. $-75a^2 - 90ab - 9b^2$

14. 展開 $(-ab - c)^2$ 。

A. $ab + 2abc + c^2$

B. $ab^2 + 2abc + c^2$

C. $a^2b^2 - 2abc + c^2$

D. $a^2b^2 + 2abc + c^2$

15. 展開 $(x - 7)(x^2 + 14x + 49)$ 。

A. $x^3 - 7x^2 + 49x + 343$

B. $x^3 - 7x^2 - 49x - 343$

C. $x^3 + 7x^2 + 49x + 343$

D. $x^3 + 7x^2 - 49x - 343$

16. 下列哪式恒等於 $(2x + 5)^2 - (2x - 5)^2$?

A. 0

B. $20x$

C. $40x$

D. $4x^2 - 25$

17. 以下哪一項是 $4xy$ 、 $12x^2y$ 及 $18xy^2$ 的公因式?

A. $2xy$

B. $4xy$

C. $6xy$

D. $2x^2y^2$

18. 以下哪一項是 $6x$ 、 $18y$ 及 $21z$ 的公因式？
- A. 3 B. 9 C. $9xyz$ D. $252xyz$
19. 因式分解 $8x^2y^4 - 36x^2y$ 。
- A. $4x^2y(2y^3 - 1)$ B. $4x^2y(2y^3 - 9)$
 C. $2x^2y(4y^3 - 18)$ D. $2xy(4xy^3 - 18x)$
20. 因式分解 $e(c + d) - f(c + d)$ 。
- A. $(c - d)(e - f)$ B. $(c + d)(f - e)$
 C. $(c + d)(e - f)$ D. $(c + d)(e + f)$
21. 因式分解 $p(s - t)q - 3(s - t)a$ 。
- A. $(s + t)(pq + 3a)$ B. $(s + t)(pq - 3a)$
 C. $(s - t)(pq + 3a)$ D. $(s - t)(pq - 3a)$
22. 因式分解 $5(x + y)^2 - 10(x + y)z$ 。
- A. $5(x + y)(x + y + 2z)$ B. $5(x + y)(x - y - 2z)$
 C. $5(x + y)(x - y + 2z)$ D. $5(x + y)(x + y - 2z)$
23. 因式分解 $4ab^3(x - y) + 10a^2b(x - y)^2 - 12a^3b^2(x - y)^3$ 。
- A. $2ab(x - y)[2b^2 + 5a(x - y) - 6ab(x - y)^2]$
 B. $2ab(x - y)[2b^2 + 5a(x - y) - 6a^2b(x - y)]$
 C. $2ab(x - y)[2b^2 + 5a(x - y) - 6a^2b(x - y)^2]$
 D. $2ab(x - y)[2b + 5a(x - y) - 6a^2b(x - y)^2]$
24. 因式分解 $y^3 - 3y^2 + 3y - 9$ 。
- A. $(y^2 + 3)(y + 3)$ B. $(y^2 - 3)(y + 3)$
 C. $(y^2 + 3)(y - 3)$ D. $(y^2 - 3)(y - 3)$
25. 下列哪一項不能進行因式分解？
- A. $6ab + 6ac + bd - dc$
 B. $6ab - 6ac + bd - dc$
 C. $6ab + 6ac + bd + dc$
 D. $-6ab + 6ac - bd + dc$

26. 因式分解 $169 - (a + b)^2$ 。

- A. $(13 - a - b)^2$
- B. $(13 - a + b)^2$
- C. $(13 + a + b)(13 - a - b)$
- D. $(13 - a + b)(13 - a + b)$

27. 因式分解 $4p^2 - 16p + 16$ 。

- A. $4(p + 2)^2$
- B. $4(p - 2)^2$
- C. $4(p - 4)^2$
- D. $(4p - 8)^2$

28. 因式分解 $y^4 - 2401$ 。

- A. $(y^2 + 49)(y + 7)(y - 7)$
- B. $(y^2 + 49)(y^2 + 7)(y - 7)$
- C. $(y + 49)(y^2 + 7)(y - 7)$
- D. $(y + 49)(y + 7)(y - 7)$

29. 因式分解 $(4a^2 - 20ab + 25b^2) - 121c^2$ 。

- A. $(2a - 5b - 11c)^2$
- B. $(2a - 5b)^2 + (11c)^2$
- C. $(2a - 5b + 11c)(2a - 5b - 11c)$
- D. $(2a + 5b + 11c)(2a + 5b - 11c)$

30. 化簡 $\frac{6pq^2}{18p^3q}$ 。

- A. $\frac{q}{3p}$
- B. $\frac{q}{3p^2}$
- C. $\frac{q^2}{3p}$
- D. $\frac{q}{12p^2}$

31. 化簡 $\frac{21ax + 14ay}{7ay}$ 。

- A. $\frac{x + 2y}{y}$
- B. $\frac{2x + 3y}{y}$
- C. $\frac{3x + y}{y}$
- D. $\frac{3x + 2y}{y}$

32. 化簡 $\frac{a + 4}{16 - a^2}$ 。

- A. $\frac{1}{a + 4}$
- B. $\frac{1}{4 - a}$
- C. $\frac{1}{a - 4}$
- D. $\frac{a + 4}{a - 4}$

33. 化簡 $\frac{21a^2 - 7a}{5 - 15a}$ 。

- A. $\frac{5}{7a}$ B. $\frac{7a}{5}$ C. $-\frac{7a}{5}$ D. $-\frac{5}{7a}$

34. 化簡 $\frac{3x}{12x^3 - 9x^2 + 6x}$ 。

- A. $4x^2 - 3x + 2$ B. $\frac{1}{4x^2 - 3x + 2}$
 C. $\frac{x}{4x^2 - 3x + 2}$ D. $\frac{4x^2 - 3x + 2}{x}$

35. 化簡 $\frac{3b^2}{2a} \times \frac{2a^2}{4b^2}$ 。

- A. $\frac{3a}{4}$ B. $\frac{4}{3a}$ C. $\frac{4}{a}$ D. $\frac{3}{a}$

36. 化簡 $\frac{8b^2}{3a^2} \div \frac{4b^2}{9a}$ 。

- A. $\frac{b}{6}$ B. $\frac{6}{a}$ C. $\frac{6}{ab}$ D. $\frac{ab}{6}$

37. 化簡 $\frac{b^2 - a^2}{3b} \div \frac{a + b}{2b^2}$ 。

- A. $\frac{2b(a-b)}{3}$ B. $\frac{2b(b-a)}{3}$ C. $\frac{2b(a+b)}{3}$ D. $\frac{-2b(a+b)}{3}$

38. 化簡 $\frac{6c - 4d}{3(a-b)} \div \frac{3c - 2d}{a-b}$ 。

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{3(a-b)}$ C. $\frac{2(a+b)}{3}$ D. $\frac{2(c-d)}{3(a-b)}$

39. 化簡 $\frac{5c^2}{d^3} \div \frac{10c}{d} \times \frac{d^2}{c}$ 。

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. $-\frac{1}{2}$

程度一

1. 證明 $3x - 6 = -3(2 - x)$ 是恒等式。
2. 證明 $2 + 4(2x - 1) = 2(4x - 1)$ 是恒等式。
3. 證明 $-3(x - 2) + 2(x + 2) = x - 10$ 不是恒等式。
4. 展開下列各式。

(a) $(x - 4)(x + 4)$	(b) $(3 - x)(3 + x)$
-----------------------------	-----------------------------
5. 展開下列各式。

(a) $(4x - 1)(4x + 1)$	(b) $(x + 2)^2$
-------------------------------	------------------------
6. 展開下列各式。

(a) $(3x + 2)(3x - 2)$	(b) $(3 - h)^2$
-------------------------------	------------------------
7. 因式分解下列各式。

(a) $xy + y + x + 1$	(b) $mr - nr + 5m - 5n$
-----------------------------	--------------------------------
8. 因式分解 $3(x + y)y + 6(x + y)x$ 。
9. 因式分解 $3ac - 3bc + 4a - 4b$ 。
10. 因式分解下列各式。

(a) $a^2 - 36$	(b) $x^2 + 26x + 169$
-----------------------	------------------------------
11. 因式分解下列各式。

(a) $49 - 64x^2$	(b) $4x^2 + 4xy + y^2$
-------------------------	-------------------------------
12. 因式分解下列各式。

(a) $x^2 - 18x + 81$	(b) $25x^2 + 30xy + 9y^2$
-----------------------------	----------------------------------
13. 因式分解下列各式。

(a) $5a^2 + 30ab + 45b^2$	(b) $2x - 1 - x^2$
----------------------------------	---------------------------
14. 化簡下列各式。

(a) $\frac{7tx}{49t^2}$	(b) $\frac{3x^2 - 6x}{3x}$
--------------------------------	-----------------------------------

15. 化簡 $\frac{45ab^2}{6a^2b}$ 。

16. 化簡 $\frac{3x-2y}{4y-6x}$ 。

程度二

17. 證明 $(x-3)^2 - 1 = (x-4)(x-2)$ 是恒等式。

18. 若 $(x+7)(2x-5) \equiv Ax^2 + Bx + C$ ，求 A 、 B 和 C 的值。

19. 展開下列各式。

(a) $(3x-4y)(3x+4y)$

(b) $(3x-4y)^2$

(c) $2(x+2y)^2$

20. 因式分解 $6(a+1)^2 + 4(a+1)$ 。

21. 因式分解 $4c^2 - 6dx + 3cd - 8cx$ 。

22. 因式分解 $4x^3 - 3y + 4x - 3x^2y$ 。

23. 因式分解下列各式。

(a) $4x^2 - 64y^2$

(b) $16x^2 + 16x + 4$

24. 因式分解下列各式。

(a) $36 - (x-y)^2$

(b) $(a+b)^2 - (a-b)^2$

25. 因式分解 $9z^2 - (x^2 - 6xy + 9y^2)$ 。

26. 試不用計算機求下列各式的值。

(a) $63^2 - 62^2$

(b) $13^2 - 4(4)^2$

27. 化簡下列各式。

(a) $\frac{x^2 - 2x + 1}{2x - 2}$

(b) $\frac{ax + bx - ay - by}{x - y}$

28. 化簡 $(\frac{7a^2b}{4ab^2})(\frac{16b}{28a})$ 。

29. 化簡 $\frac{(2m - 3n)^2}{4mn} \times \frac{8m}{4m - 6n}$ 。

30. 化簡 $\frac{9x}{7y} \times \frac{2x - 6}{6x} \div \frac{x - 3}{14y}$ 。

31. 化簡 $\frac{(3m - 4n)^2}{9mn} \div (3m - 4n) \times \frac{27m^2n}{3m^2 - 4mn}$ 。

程度三

32. (a) 證明 $(x^2 - 1)^2 = x^4 - 2x^2 + 1$ 是恒等式。

(b) 利用 (a) 小題的結果，展開 $(x+1)^2(x-1)^2$ 。

33. 證明 $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz)$ 是恒等式。