



## 第四章 恆等式與因式分解

### 選擇題

- 若  $-4x^2 + 4x + 1 \equiv Ax^2 + Bx + 1$ ，求  $A$  和  $B$  的值。  
A.  $A = -4, B = -4$       B.  $A = 4, B = -4$   
C.  $A = -4, B = 4$       D.  $A = 4, B = 4$
- 下列哪一條是恆等式？  
A.  $a = 6$       B.  $2a - a = 3$       C.  $a = 2a - 1$       D.  $a - 2a = -a$
- 下列哪一條是恆等式？  
A.  $(x - 2)(x + 2) = x^2 - 4$   
B.  $(x - 2)(x + 2) = x^2 + 4$   
C.  $(x + 2)(x + 2) = x^2 - 4$   
D.  $(x + 2)(x + 2) = x^2 + 4$
- 下列哪式恆等於  $5x - 2(1 - x)$ ？  
A.  $3x - 2$       B.  $3x + 2$       C.  $7x - 2$       D.  $7x + 2$
- 若  $(x + 5)(x - 6) \equiv x^2 + Ax - B$ ，求  $A$  和  $B$  的值。  
A.  $A = 1, B = 30$       B.  $A = 1, B = -30$   
C.  $A = -1, B = 30$       D.  $A = -1, B = -30$
- 若  $6(x - 2)^2 \equiv Ax^2 + Bx + C$ ，求  $A$ 、 $B$  和  $C$  的值。  
A.  $A = 1, B = 4, C = 4$   
B.  $A = 1, B = -4, C = 4$   
C.  $A = 6, B = 24, C = 24$   
D.  $A = 6, B = -24, C = 24$
- 若  $(6x - 1)(4x^2 + 3) \equiv Px^3 + Qx^2 + Rx - S$ ，求  $P$ 、 $Q$ 、 $R$  和  $S$  的值。  
A.  $P = 24, Q = -4, R = 18, S = 3$   
B.  $P = 24, Q = 4, R = 18, S = -3$   
C.  $P = -24, Q = 4, R = 18, S = 2$   
D.  $P = 24, Q = 4, R = -18, S = 3$

8. 判斷下列各式是否恆等式。

I.  $(2x - 3)(2x + 3) = 4x^2 - 9$

II.  $x - 4 = 5x - 4(x + 1)$

A. I 和 II 皆是恆等式。

B. I 不是恆等式，II 是恆等式。

C. I 是恆等式，II 不是恆等式。

D. I 和 II 皆不是恆等式。

9. 展開  $(2x + 5)(2x - 5)$ 。

A.  $2x^2 - 25$

B.  $2x^2 + 25$

C.  $4x^2 - 25$

D.  $4x^2 + 25$

10. 展開  $4(2a - b)(2a + b)$ 。

A.  $4b^2 - 16a^2$

B.  $16a^2 - 4b^2$

C.  $16a^2 + 4b^2$

D.  $-16a^2 - 4b^2$

11. 展開  $-3(x + by)(by - x)$ 。

A.  $x^2 - 3b^2y^2$

B.  $3x^2 + 3b^2y^2$

C.  $3x^2 - 3b^2y^2$

D.  $x^2 - 3by^2$

12. 展開  $(a + 3b)^2$ 。

A.  $a^2 + 3b^2$

B.  $a^2 + 9b^2$

C.  $a^2 + 6ab + 3b^2$

D.  $a^2 + 6ab + 9b^2$

13. 展開  $-3(5a - 3b)^2$ 。

A.  $75a^2 - 90ab + 27b^2$

B.  $-75a^2 + 90ab - 27b^2$

C.  $-75a^2 - 30ab + 9b^2$

D.  $-75a^2 - 90ab - 9b^2$

14. 展開  $(-ab - c)^2$ 。

A.  $ab + 2abc + c^2$

B.  $ab^2 + 2abc + c^2$

C.  $a^2b^2 - 2abc + c^2$

D.  $a^2b^2 + 2abc + c^2$

15. 展開  $(x - 7)(x^2 + 14x + 49)$ 。

A.  $x^3 - 7x^2 + 49x + 343$

B.  $x^3 - 7x^2 - 49x - 343$

C.  $x^3 + 7x^2 + 49x + 343$

D.  $x^3 + 7x^2 - 49x - 343$

16. 下列哪式恆等於  $(2x + 5)^2 - (2x - 5)^2$  ?

A. 0

B.  $20x$

C.  $40x$

D.  $4x^2 - 25$

17. 以下哪一項是  $4xy$ 、 $12x^2y$  及  $18xy^2$  的公因式？

A.  $2xy$

B.  $4xy$

C.  $6xy$

D.  $2x^2y^2$

18. 以下哪一項是  $6x$ 、 $18y$  及  $21z$  的公因式？  
A. 3            B. 9            C.  $9xyz$         D.  $252xyz$
19. 因式分解  $8x^2y^4 - 36x^2y$ 。  
A.  $4x^2y(2y^3 - 1)$         B.  $4x^2y(2y^3 - 9)$   
C.  $2x^2y(4y^3 - 18)$         D.  $2xy(4xy^3 - 18x)$
20. 因式分解  $e(c + d) - f(c + d)$ 。  
A.  $(c - d)(e - f)$         B.  $(c + d)(f - e)$   
C.  $(c + d)(e - f)$         D.  $(c + d)(e + f)$
21. 因式分解  $p(s - t)q - 3(s - t)a$ 。  
A.  $(s + t)(pq + 3a)$         B.  $(s + t)(pq - 3a)$   
C.  $(s - t)(pq + 3a)$         D.  $(s - t)(pq - 3a)$
22. 因式分解  $5(x + y)^2 - 10(x + y)z$ 。  
A.  $5(x + y)(x + y + 2z)$         B.  $5(x + y)(x - y - 2z)$   
C.  $5(x + y)(x - y + 2z)$         D.  $5(x + y)(x + y - 2z)$
23. 因式分解  $4ab^3(x - y) + 10a^2b(x - y)^2 - 12a^3b^2(x - y)^3$ 。  
A.  $2ab(x - y)[2b^2 + 5a(x - y) - 6ab(x - y)^2]$   
B.  $2ab(x - y)[2b^2 + 5a(x - y) - 6a^2b(x - y)]$   
C.  $2ab(x - y)[2b^2 + 5a(x - y) - 6a^2b(x - y)^2]$   
D.  $2ab(x - y)[2b + 5a(x - y) - 6a^2b(x - y)^2]$
24. 因式分解  $y^3 - 3y^2 + 3y - 9$ 。  
A.  $(y^2 + 3)(y + 3)$         B.  $(y^2 - 3)(y + 3)$   
C.  $(y^2 + 3)(y - 3)$         D.  $(y^2 - 3)(y - 3)$
25. 下列哪一項不能進行因式分解？  
A.  $6ab + 6ac + bd - dc$   
B.  $6ab - 6ac + bd - dc$   
C.  $6ab + 6ac + bd + dc$   
D.  $-6ab + 6ac - bd + dc$

26. 因式分解  $169 - (a + b)^2$ 。

- A.  $(13 - a - b)^2$
- B.  $(13 - a + b)^2$
- C.  $(13 + a + b)(13 - a - b)$
- D.  $(13 - a + b)(13 - a + b)$

27. 因式分解  $4p^2 - 16p + 16$ 。

- A.  $4(p + 2)^2$
- B.  $4(p - 2)^2$
- C.  $4(p - 4)^2$
- D.  $(4p - 8)^2$

28. 因式分解  $y^4 - 2401$ 。

- A.  $(y^2 + 49)(y + 7)(y - 7)$
- B.  $(y^2 + 49)(y^2 + 7)(y - 7)$
- C.  $(y + 49)(y^2 + 7)(y - 7)$
- D.  $(y + 49)(y + 7)(y - 7)$

29. 因式分解  $(4a^2 - 20ab + 25b^2) - 121c^2$ 。

- A.  $(2a - 5b - 11c)^2$
- B.  $(2a - 5b)^2 + (11c)^2$
- C.  $(2a - 5b + 11c)(2a - 5b - 11c)$
- D.  $(2a + 5b + 11c)(2a + 5b - 11c)$

30. 化簡  $\frac{6pq^2}{18p^3q}$ 。

- A.  $\frac{q}{3p}$
- B.  $\frac{q}{3p^2}$
- C.  $\frac{q^2}{3p}$
- D.  $\frac{q}{12p^2}$

31. 化簡  $\frac{21ax + 14ay}{7ay}$ 。

- A.  $\frac{x + 2y}{y}$
- B.  $\frac{2x + 3y}{y}$
- C.  $\frac{3x + y}{y}$
- D.  $\frac{3x + 2y}{y}$

32. 化簡  $\frac{a + 4}{16 - a^2}$ 。

- A.  $\frac{1}{a + 4}$
- B.  $\frac{1}{4 - a}$
- C.  $\frac{1}{a - 4}$
- D.  $\frac{a + 4}{a - 4}$

33. 化簡  $\frac{21a^2 - 7a}{5 - 15a}$ 。

- A.  $\frac{5}{7a}$       B.  $\frac{7a}{5}$       C.  $-\frac{7a}{5}$       D.  $-\frac{5}{7a}$

34. 化簡  $\frac{3x}{12x^3 - 9x^2 + 6x}$ 。

- A.  $4x^2 - 3x + 2$       B.  $\frac{1}{4x^2 - 3x + 2}$   
 C.  $\frac{x}{4x^2 - 3x + 2}$       D.  $\frac{4x^2 - 3x + 2}{x}$

35. 化簡  $\frac{3b^2}{2a} \times \frac{2a^2}{4b^2}$ 。

- A.  $\frac{3a}{4}$       B.  $\frac{4}{3a}$       C.  $\frac{4}{a}$       D.  $\frac{3}{a}$

36. 化簡  $\frac{8b^2}{3a^2} \div \frac{4b^2}{9a}$ 。

- A.  $\frac{b}{6}$       B.  $\frac{6}{a}$       C.  $\frac{6}{ab}$       D.  $\frac{ab}{6}$

37. 化簡  $\frac{b^2 - a^2}{3b} \div \frac{a+b}{2b^2}$ 。

- A.  $\frac{2b(a-b)}{3}$       B.  $\frac{2b(b-a)}{3}$       C.  $\frac{2b(a+b)}{3}$       D.  $\frac{-2b(a+b)}{3}$

38. 化簡  $\frac{6c - 4d}{3(a-b)} \div \frac{3c - 2d}{a-b}$ 。

- A.  $\frac{2}{3}$       B.  $\frac{2}{3(a-b)}$       C.  $\frac{2(a+b)}{3}$       D.  $\frac{2(c-d)}{3(a-b)}$

39. 化簡  $\frac{5c^2}{d^3} \div \frac{10c}{d} \times \frac{d^2}{c}$ 。

- A. 2      B.  $\frac{1}{2}$       C. -2      D.  $-\frac{1}{2}$

程度一

1. 證明  $3x - 6 = -3(2 - x)$  是恆等式。
2. 證明  $2 + 4(2x - 1) = 2(4x - 1)$  是恆等式。
3. 證明  $-3(x - 2) + 2(x + 2) = x - 10$  不是恆等式。

4. 展開下列各式。

(a)  $(x - 4)(x + 4)$

(b)  $(3 - x)(3 + x)$

5. 展開下列各式。

(a)  $(4x - 1)(4x + 1)$

(b)  $(x + 2)^2$

6. 展開下列各式。

(a)  $(3x + 2)(3x - 2)$

(b)  $(3 - h)^2$

7. 因式分解下列各式。

(a)  $xy + y + x + 1$

(b)  $mr - nr + 5m - 5n$

8. 因式分解  $3(x + y)y + 6(x + y)x$ 。

9. 因式分解  $3ac - 3bc + 4a - 4b$ 。

10. 因式分解下列各式。

(a)  $a^2 - 36$

(b)  $x^2 + 26x + 169$

11. 因式分解下列各式。

(a)  $49 - 64x^2$

(b)  $4x^2 + 4xy + y^2$

12. 因式分解下列各式。

(a)  $x^2 - 18x + 81$

(b)  $25x^2 + 30xy + 9y^2$

13. 因式分解下列各式。

(a)  $5a^2 + 30ab + 45b^2$

(b)  $2x - 1 - x^2$

14. 化簡下列各式。

(a)  $\frac{7tx}{49t^2}$

(b)  $\frac{3x^2 - 6x}{3x}$

15. 化簡  $\frac{45ab^2}{6a^2b}$ 。

16. 化簡  $\frac{3x-2y}{4y-6x}$ 。

程 度 二

17. 證明  $(x-3)^2 - 1 = (x-4)(x-2)$  是恆等式。

18. 若  $(x+7)(2x-5) \equiv Ax^2 + Bx + C$ ，求  $A$ 、 $B$  和  $C$  的值。

19. 展開下列各式。

(a)  $(3x-4y)(3x+4y)$

(b)  $(3x-4y)^2$

(c)  $2(x+2y)^2$

20. 因式分解  $6(a+1)^2 + 4(a+1)$ 。

21. 因式分解  $4c^2 - 6dx + 3cd - 8cx$ 。

22. 因式分解  $4x^3 - 3y + 4x - 3x^2y$ 。

23. 因式分解下列各式。

(a)  $4x^2 - 64y^2$

(b)  $16x^2 + 16x + 4$

24. 因式分解下列各式。

(a)  $36 - (x-y)^2$

(b)  $(a+b)^2 - (a-b)^2$

25. 因式分解  $9z^2 - (x^2 - 6xy + 9y^2)$ 。

26. 試不用計算機求下列各式的值。

(a)  $63^2 - 62^2$

(b)  $13^2 - 4(4)^2$

27. 化簡下列各式。

(a)  $\frac{x^2 - 2x + 1}{2x - 2}$

(b)  $\frac{ax + bx - ay - by}{x - y}$

28. 化簡  $(\frac{7a^2b}{4ab^2})(\frac{16b}{28a})$ 。

29. 化簡  $\frac{(2m - 3n)^2}{4mn} \times \frac{8m}{4m - 6n}$ 。

30. 化簡  $\frac{9x}{7y} \times \frac{2x - 6}{6x} \div \frac{x - 3}{14y}$ 。

31. 化簡  $\frac{(3m - 4n)^2}{9mn} \div (3m - 4n) \times \frac{27m^2n}{3m^2 - 4mn}$ 。

程度三

32. (a) 證明  $(x^2 - 1)^2 = x^4 - 2x^2 + 1$  是恆等式。

(b) 利用 (a) 小題的結果，展開  $(x + 1)^2(x - 1)^2$ 。

33. 證明  $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz)$  是恆等式。